

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»
2021-2022 УЧ. ГОД

Краткие решения к задачам очного тура
9-10 классы

Вариант 1

Задание 1.

Дано:

$$V_0 = 0$$

$$S_1 = \frac{2}{3}h$$

$$S_2 = \frac{1}{3}h$$

$$t_2 = 1 \text{ с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$h - ?$

СИ

—

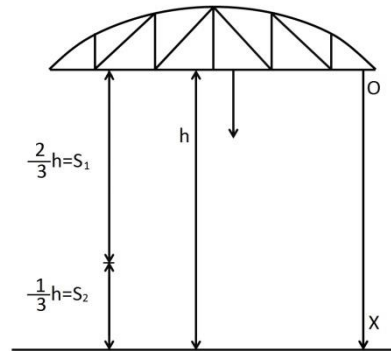
—

—

—

—

Решение:



$$x = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot (t_1 + t_2)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{g \cdot t_1^2}{2} = \frac{2}{3}h$$

$$S_2 = V_{20x} \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{1}{3}h$$

$$V_{20x} = g \cdot t_1 \rightarrow S_2 = g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{1}{3}h$$

$$\text{т.е. } S_1 = 2 \cdot S_2 \rightarrow \frac{g \cdot t_1^2}{2} = 2 \cdot \left(g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} \right)$$

$$\frac{g \cdot t_1^2}{2} = 2 \cdot g \cdot t_1 \cdot t_2 + g \cdot t_2^2 \rightarrow g \cdot t_1^2 = 4 \cdot g \cdot t_1 \cdot t_2 + 2 \cdot g \cdot t_2^2$$

$$t_1^2 = 4 \cdot t_1 \cdot t_2 + 2t_2^2 \rightarrow t_1^2 = 4 \cdot t_1 \cdot 1 + 2 \cdot 1^2;$$

$$t_1^2 = 4 \cdot t_1 + 2$$

$$t_1^2 - 4t_1 - 2 = 0 \rightarrow t_{1(1,2)} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 8}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{24}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm 4,899}{2}$$

$$t_{1(1)} = \frac{4-4,899}{2} = -\frac{0,899}{2} = -0,4495 \text{ (с)} \rightarrow \text{не подходит.}$$

$$t_{1(2)} = \frac{4 + 4,899}{2} = 4,4495 \text{ (с)} \rightarrow t = t_1 + t_2 = 5,4495 \text{ (с)}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{10 \cdot 5,4495^2}{2} = 5 \cdot 5,4495^2 = 148,49 \text{ (м)} \approx 148 \text{ (м)}, \text{ т.е. } h = 148 \text{ (м)}.$$

Ответ: 148

Задание 2.

Дано:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ г}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кн}^2}$$

Найти:

$q - ?$

СИ

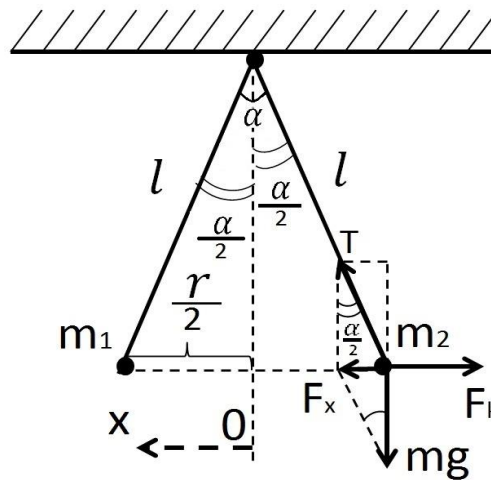
$$10^{-3} \text{ кг}$$

—

$$\frac{\pi}{3} \text{ рад}$$

—

Решение:



r – расстояние между шариками.

$q_1 = q_2 = \frac{1}{2}q$, так как шарики одинаковы.

F_k – сила Кулона.

T – сила натяжения нити.

$$F_x = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; F_k = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}; F_x = F_k$$

$$\frac{r}{2} = l \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \rightarrow r = 2 \cdot l \cdot \sin \frac{\alpha}{2}; \frac{\alpha}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$F_k = k \cdot \frac{\frac{1}{2}q \cdot \frac{1}{2}q}{(2 \cdot l \cdot \sin \frac{\alpha}{2})^2} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$F_x = F_k \rightarrow m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$q^2 = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{k}$$

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{k}}$$

$$q = \sqrt{\frac{10^{-3} \cdot 10 \cdot 0,57735 \cdot 16 \cdot 1^2 \cdot 0,5^2}{9 \cdot 10^9}} \approx 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)} = 1,6 \text{ (мкКл)}, \text{ так как округлить нужно до целого числа мкКл, то } q = 2 \text{ мкКл.}$$

Ответ: 2

Задание 3.

Дано:	СИ	Решение:
$N = 15000$ г	—	Условие главных <i>max</i> дифракционной решётки: $d = \sin \alpha = m \cdot \lambda \rightarrow d = \frac{m \cdot \lambda}{\sin \alpha};$ $l = d \cdot N = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{\sin \alpha};$ т.е. $l = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{\sin \alpha}$ $l = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 10^{-7} \cdot 15000}{0,5} = 3,84 \cdot 10^{-2} \text{ (м)} = 3,84 \text{ (см)}$ Так как округлить нужно до целого числа сантиметров, то $l = 4$ см
$m = 2$ м	—	
$\lambda = 640$ нм	$6,4 \cdot 10^{-7}$ м	
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{\pi}{6}$ рад	
Найти:		
$l - ?$		

Ответ: 4

Задание 4.

Дано:	СИ	Решение:
$t_1 = 24^\circ$	297 К	Так как $\Delta \rho = \frac{\rho \cdot V^{-2}}{2}$, то: $V = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta \rho}{\rho}}$ Уравнение Менделеева-Клапейрона:
$t_2 = 80^\circ$	353 К	
$\rho_1 = 100000$ Па	—	

$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	-	$\rho \cdot V = \frac{m}{M} RT$
Найти:		
$V - ?$		$\rho_1 \cdot V = \frac{m}{M} RT_1$ и $\rho_2 \cdot V = \frac{m}{M} RT_2 \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{T_2}{T_1};$
		$\rho_2 = 100000 \frac{353}{297} = 18860 \text{ (Па)}$
$\Delta\rho = 118860 - 100000 = 18860 \text{ (Па)}$		

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 18860}{1000}} = 6,14 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Так как округлить нужно до целого числа, то $V = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: 6

Задание 5.

Пусть T – это температура на Земле, T_1 – температура на Луне, g – это ускорение свободного падения на Земле, g_1 – ускорение свободного падения на Луне, 5% - это 0,05. Экспонента, описывающая барометрическую формулу, в показателе имеет $-\frac{\mu gh}{2RT}$. В начале эта величина была равна $\ln(\frac{1}{5})$, потом $\ln(0,95)$.

Поэтому $\frac{\frac{g}{T}}{\frac{g_1}{T_1}} = \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0,95)}$;

Откуда $\frac{T_1}{T} = \frac{g_1}{g} \cdot \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0,95)}$.

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{-1,6094}{-0,051293}\right) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot 31,377 = 5,2294$$

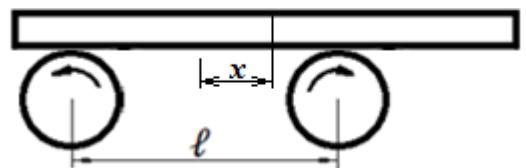
Т.к. окончательный результат необходимо округлить до целого числа, то $\frac{T_1}{T} = 5$.

Ответ: 5

Задание 6.

Рассмотрим динамику доски, у которой центр тяжести сдвинут на x относительно центра системы. Полная сила трения равна μmg при $x = \frac{\ell}{2}$ и равна 0 при $x = 0$.

Следовательно, горизонтальная сила равна $\frac{2\mu mgx}{\ell}$.



Ускорение, с которым движется доска, равна $a = \frac{2\mu g x}{\ell}$.

Поскольку начальной скорости нет, то общее решение для движения описывается формулой $x = x_0 \operatorname{ch}(wt)$,

где $w = \left(\frac{2\mu g}{\ell}\right)^{\frac{1}{2}}$. Время движения до потери одной из опор равно $\frac{1}{w} \ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right)$.

Среднее время движения описывается по формуле:

$\langle t \rangle = \left(\frac{1}{\delta w}\right) \int \ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right) dx_0 = \left(\frac{1}{w}\right) \ln\left(\frac{\ell e}{\delta}\right)$, где $e = 2,7$ и $w = 3$. Подставив исходные данные получим: $\langle t \rangle = 1,1$ с. Т.к. округлить следует до целого числа, то $\langle t \rangle = 1$ с.

Ответ: 1

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «ТЕХНИКА И ТЕХНОЛОГИИ»

2021-2022 УЧ. ГОД

Краткие решения к задачам очного тура
9-10 классы

Вариант 2

Задание 1.

Дано:

$$V_0 = 0$$

$$S_1 = \frac{1}{3}h$$

$$S_2 = \frac{2}{3}h$$

$$t_2 = 1\text{с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$h - ?$

СИ

—

Решение:

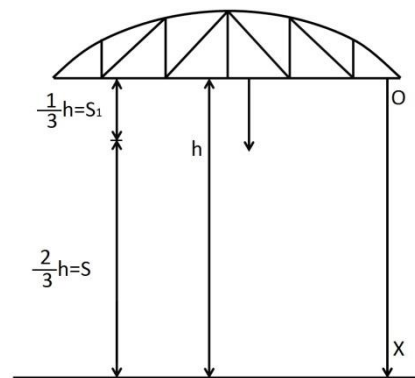
$$\frac{1}{3}h = S_1$$

$$\frac{2}{3}h = S_2$$

—

—

—



$$x = x_0 + V_{0ox} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{g \cdot (t_1 + t_2)^2}{2}$$

$$S_1 = \frac{g \cdot t_1^2}{2} = \frac{1}{3}h$$

$$S_2 = V_{2ox} \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{2}{3}h$$

$$V_{2ox} = g \cdot t_1 \rightarrow S_2 = g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2} = \frac{2}{3}h$$

$$\text{т.е. } S_2 = 2 \cdot S_1 \rightarrow 2 \cdot \frac{g \cdot t_1^2}{2} = g \cdot t_1 \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2}$$

$$t_1^2 = t_1 \cdot t_2 + \frac{t_2^2}{2} \rightarrow 2 \cdot t_1^2 = 2 \cdot t_1 \cdot t_2 + t_2^2;$$

$$2 \cdot t_1^2 = 2 \cdot t_1 \cdot 1 + 1^2;$$

$$2t_1^2 = 2t_1 + 1;$$

$$2t_1^2 - 2t_1 - 1 = 0 \rightarrow t_{1(1,2)} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 8}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{4} =$$

$$= \frac{2 \pm 3,464}{4}$$

$$t_{1(1)} = \frac{2-3,464}{4} = -\frac{1,464}{4} = -0,3660 \text{ (с)} \rightarrow \text{не подходит.}$$

$$t_{1(2)} = \frac{2 + 3,464}{4} = 1,366 \text{ (с)} \rightarrow t = t_1 + t_2 = 1,366 + 1 = 2,366 \text{ (с)}$$

$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{10 \cdot 2,366^2}{2} = 5 \cdot 2,366^2 = 27,99 \text{ (м)} \approx 28 \text{ (м)}, \text{ т.е. } h = 28 \text{ (м)}.$$

Ответ: 28

Задание 2.

Дано:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ г}$$

$$l = 2 \text{ м}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кн}^2}$$

Найти:

$$q - ?$$

СИ

$$10^{-3} \text{ кг}$$

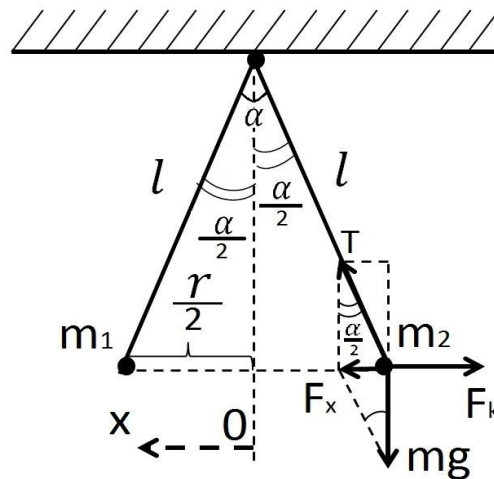
—

—

$$\frac{\pi}{3} \text{ рад}$$

—

Решение:



r – расстояние между шариками.

$q_1 = q_2 = \frac{1}{2}q$, так как шарики одинаковы.

F_k – сила Кулона.

T – сила натяжения нити.

$$F_x = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}; F_k = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}; F_x = F_k$$

$$\frac{r}{2} = l \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \rightarrow r = 2 \cdot l \cdot \sin \frac{\alpha}{2}; \frac{\alpha}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$F_k = k \cdot \frac{\frac{1}{2}q \cdot \frac{1}{2}q}{(2 \cdot l \cdot \sin \frac{\alpha}{2})^2} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$F_x = F_k \rightarrow m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{k \cdot q^2}{16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$q^2 = \frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{k}$$

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cdot 16 \cdot l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{k}}$$

$$q = \sqrt{\frac{10^{-3} \cdot 10 \cdot 0,57735 \cdot 16 \cdot 2^2 \cdot 0,5^2}{9 \cdot 10^9}} \approx 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл)} = 3,2 \text{ (мкКл)}, \text{ так как округлить нужно до целого числа мкКл, то } q = 3 \text{ мкКл.}$$

Ответ: 3

Задание 3.

Дано:	СИ	Решение:
$N = 10000 \text{ г}$	—	Условие главных <i>max</i> дифракционной решётки: $d = \sin \alpha = m \cdot \lambda \rightarrow d = \frac{m \cdot \lambda}{\sin \alpha};$ $l = d \cdot N = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{\sin \alpha};$ т.е. $l = \frac{m \cdot \lambda \cdot N}{\sin \alpha}$ $l = \frac{2 \cdot 5,55 \cdot 10^{-7} \cdot 10000}{0,5} = 2,22 \cdot 10^{-2} \text{ (м)} = 2,22 \text{ (см)}$ Так как округлить нужно до целого числа сантиметров, то $l = 2 \text{ см}$
$m = 2 \text{ м}$	—	
$\lambda = 555 \text{ нм}$	$5,55 \cdot 10^{-7} \text{ м}$	
$\alpha = 30^\circ$	$\frac{\pi}{6} \text{ рад}$	
Найти:		
$l - ?$		

Ответ: 2

Задание 4.

Дано:	СИ	Решение:
$t_1 = 24^\circ$	297 К	Так как $\Delta \rho = \frac{\rho \cdot V^{-2}}{2}$, то: $V = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta \rho}{\rho}}$
$t_2 = 60^\circ$	333 К	
$\rho_1 = 100000 \text{ Па}$	—	
		Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	-	$\rho \cdot V = \frac{m}{M} RT$
Найти:		
$V - ?$		$\rho_1 \cdot V = \frac{m}{M} RT_1$ и $\rho_2 \cdot V = \frac{m}{M} RT_2 \rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_2}{T_1} \rightarrow \rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{T_2}{T_1};$
		$\rho_2 = 100000 \frac{333}{297} = 112121 \text{ (Па)}$
$\Delta\rho = 112121 - 100000 = 12121 \text{ (Па)}$		

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 12121}{1000}} = 4,92 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$$

Так как округлить нужно до целого числа, то $V = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Ответ: 5

Задание 5.

Пусть T – это температура на Земле, T_1 – температура на Луне, g – это ускорение свободного падения на Земле, g_1 – ускорение свободного падения на Луне, 5% - это 0,05. Экспонента, описывающая барометрическую формулу, в показателе имеет $-\frac{\mu gh}{2RT}$. В начале эта величина была равна $\ln(\frac{1}{5})$, потом $\ln(0,95)$.

Поэтому $\frac{\frac{g}{T}}{\frac{g_1}{T_1}} = \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0,95)}$;

Откуда $\frac{T_1}{T} = \frac{g_1}{g} \cdot \frac{\ln(\frac{1}{5})}{\ln(0,95)}$.

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{1}{6,1}\right) \cdot \left(\frac{-1,6094}{-0,051293}\right) = \left(\frac{1}{6,1}\right) \cdot 31,377 = 5,1438$$

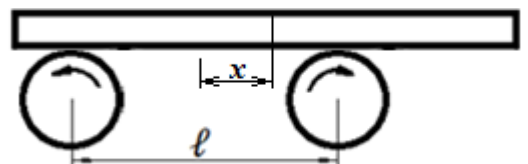
Т.к. окончательный результат необходимо округлить до целого числа, то $\frac{T_1}{T} = 5$.

Ответ: 5

Задание 6.

Рассмотрим динамику доски, у которой центр тяжести сдвинут на x относительно центра системы. Полная сила трения равна μmg при $x = \frac{\ell}{2}$ и равна 0 при $x = 0$.

Следовательно, горизонтальная сила равна



$$\frac{2\mu mgx}{\ell}$$

Ускорение, с которым движется доска, равно $a = \frac{2\mu gx}{\ell}$.

Поскольку начальной скорости нет, то общее решение для движения описывается формулой $x = x_0 \operatorname{ch}(wt)$,

где $w = \left(\frac{2\mu g}{\ell}\right)^{\frac{1}{2}}$. Время движения до потери одной из опор равно $\frac{1}{w} \ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right)$.

Среднее время движения описывается по формуле:

$\langle t \rangle = \left(\frac{1}{\delta w}\right) \int \ln\left(\frac{\ell}{x_0}\right) dx_0 = \left(\frac{1}{w}\right) \ln\left(\frac{\ell e}{\delta}\right)$, где $e = 2,7$ и $w = 3$. Подставив исходные данные получим: $\langle t \rangle = 1,1$ с. Т.к. округлить следует до целого числа, то $\langle t \rangle = 1$ с.

Ответ: 1